

分數定義及最簡分數

1. 分數定義： $\frac{a}{b} = a \div b$ (a, b 為整數，且 $b \neq 0$)
2. 等值分數：經由擴分、約分會相等的分數 例 $-\frac{2}{5} = -\frac{4}{10}$
3. 最簡分數：分子、分母互質的分數。例 $-\frac{2}{5}$ 是 $-\frac{4}{10}$ 的最簡分數

最簡分數

請問下列各數，何者是最簡分數？

- (A) $\frac{11}{132}$ (B) $\frac{7}{91}$ (C) $\frac{3}{45}$ (D) $\frac{15}{34}$

學生練習

下列分數中，哪個是最簡分數？

- (A) $\frac{87}{29}$ (B) $\frac{88}{39}$ (C) $\frac{74}{37}$ (D) $\frac{68}{51}$

等值分數

若 $\frac{9}{15} = \frac{9+3}{15+b}$ ，則 $b = ?$

學生練習

若 $\frac{-15}{20} = \frac{-15-a}{20+8}$ ，則 $a = ?$

等值分數

若 $\frac{-5}{15} = \frac{10}{a} = \frac{b}{9}$ ，則 $a+b = ?$

學生練習

若 $\frac{12}{-18} = \frac{10}{a} = \frac{b}{12}$ ，則 $a+b = ?$

最簡分數

若 $\frac{x}{8}$ 是小於 1 的最簡分數， x 是正整數，則所有滿足條件的 x 之和為何？

學生練習

若 $\frac{x}{18}$ 是小於 1 且大於 0 的最簡分數，則所有滿足條件的 x 之和為多少？

分數比較大小

1. 正分數比較大小 例 $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}, \frac{2}{15} < \frac{1}{5}, \frac{2}{7} > \frac{5}{23}$
2. 副分數比較大小 例 $-\frac{2}{15} > -\frac{1}{5}$

利用通分比較

若 $-\frac{9}{10} < \frac{b}{80} < -\frac{7}{8}$ ，且 b 為整數，則 $b = ?$

學生練習

若 $\frac{12}{13} > \frac{a}{130} > \frac{9}{10}$ ，且 $\frac{a}{130}$ 為最簡分數，則 $a = ?$

擴分的應用

若 $-\frac{9}{10} > \frac{99}{a} > \frac{11}{-12}$ ，且 a 為整數，則 $a = ?$

學生練習

若 $\frac{9}{11} < \frac{99}{x} < \frac{11}{13}$ ，且 $\frac{99}{x}$ 是最簡分數，則 $x = ?$

比較的技巧

比較 $a = -\frac{1001}{998}$, $b = -\frac{2001}{1998}$, $c = -\frac{3001}{2998}$ 的大小關係。

學生練習

比較 $\frac{87}{78}$, $\frac{97}{88}$, $\frac{107}{98}$ 的大小關係。

比較的技巧

比較 $\frac{24}{27}$, $\frac{26}{29}$, $\frac{28}{31}$ 的大小關係。

學生練習

比較 $\frac{199}{1099}$, $\frac{1199}{2099}$, $\frac{2199}{3099}$ 的大小關係。

比較的技巧

已知甲 = $\frac{49}{58}$ ，乙 = $\frac{49+1}{58+1}$ ，丙 = $\frac{49-1}{58-1}$ ，丁 = $\frac{49-1}{58+1}$ ，比較甲、乙、丙、丁的大小關係

學生練習

已知甲 = $\frac{19}{15}$ ，乙 = $\frac{19+3}{15+3}$ ，丙 = $\frac{19-3}{15-3}$ ，丁 = $\frac{19 \times 3}{15 \times 3}$ ，比較甲、乙、丙、丁的大小關係

應用問題

A, B, C 三人籃球投籃比賽， A 投籃 40 中 23 次， B 投籃 41 中 24 次， C 投籃 42 中 25 次，則誰的命中率最高？

學生練習

棒球比賽 A, B, C 三名選手分別出場 6, 5, 4 次，分別擊出 4, 3, 2 次安打，請問這場比賽誰的打擊率最高？

分數加減運算

1. 正分數加減法 例 $\frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{2+3}{15}$
2. 負分數加減法 例 $(-\frac{2}{15}) + (-\frac{1}{5}) = \frac{(-2)+(-3)}{15}$
3. 帶分數加減法 例 $2\frac{3}{5} - 3\frac{1}{5} = 2 + \frac{3}{5} - 3 - \frac{1}{5}$
4. 加法交換律： $a + b = b + a$ (a, b 為分數)
5. 加法結合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ (a, b 為分數)

分數的加減運算

計算並化簡 $\frac{1}{2} + (-\frac{5}{6}) - (-\frac{1}{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$

學生練習

計算 $\frac{-6}{7} + \frac{4}{9} - \frac{2}{21}$ 之值，並化簡為最簡分數。

分數的加減運算

計算 $(6\frac{5}{8} - 11\frac{7}{12}) + (-5\frac{5}{8} + 9\frac{5}{12}) = ?$

學生練習

計算 $8\frac{2}{5} - 4\frac{3}{7} - (-9\frac{3}{7} - 13\frac{7}{10}) = ?$

分數的加減運算

計算

$26\frac{5}{8} - \left\{ (28\frac{3}{4} - 34\frac{1}{4}) - \left[(-18\frac{1}{8}) - 8\frac{1}{2} \right] \right\} = ?$

學生練習

計算 $45 - \left\{ (25\frac{5}{8} - 28) - \left[19\frac{3}{7} + (-14\frac{3}{8}) \right] \right\} = ?$

含乘方的加減

計算 $\frac{2}{(-2)^2} + \frac{4}{(-2)^3} + \frac{8}{(-2)^4} + \frac{16}{(-2)^5} + \frac{32}{(-2)^6} = ?$

學生練習

計算 $\frac{81}{(-3)^5} - \frac{27}{(-3)^4} + \frac{9}{(-3)^3} - \frac{3}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)} = ?$

含絕對值的加減

計算 $\left| \frac{2}{13} - \frac{3}{4} \right| + \left| \left(-\frac{3}{4} \right) + \left(-\frac{2}{13} \right) \right| - \left| \frac{3}{8} + \left(-\frac{3}{4} \right) \right| = ?$

學生練習

計算 $\left| \frac{1}{2} - 1 \right| + \left| \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right| + \left| \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right| + \left| \frac{3}{4} - \frac{4}{5} \right| = ?$

數線上兩點的距離

數線上 $A(-3\frac{2}{3})$ 與 $B(-4\frac{3}{4})$ 兩點的距離為

學生練習

下面為數線上的四個點，哪一點距離 -1 最近? (A) $-\frac{8}{7}$ (B) $-\frac{7}{8}$ (C) $-\frac{10}{9}$ (D) $-\frac{9}{10}$

應用問題

甲、乙、丙三人合吃一塊蛋糕，甲吃全部的 $\frac{2}{5}$ ，乙吃全部的 $\frac{3}{7}$ ，丙吃完剩下的，則甲、乙、丙三人中，誰吃的最多？

學生練習

有一個披薩，小帆吃掉全部的 $\frac{1}{4}$ ，阿玲吃掉全部的 $\frac{1}{3}$ ，小杰吃剩下的一部份但未吃完，則何者不可能是小杰吃的量？

- (A) $\frac{7}{24}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{11}{24}$

應用問題

一年級段考成績，數學及格占 $\frac{1}{3}$ ，英語及格占 $\frac{3}{4}$ ，兩科都不及格占 $\frac{1}{5}$ ，則：(1)兩科都及格的占全校的幾分之幾？(2)只數學及格，但英語不及格的人數占全校的幾分之幾？

學生練習

國三畢業生中，錄取高中者占 $\frac{3}{4}$ ，錄取高職者占 $\frac{4}{5}$ ，兩者皆錄取者占 $\frac{2}{3}$ ，則：(1)錄取高中或高職者占幾分之幾？(2)未被錄取者占幾分之幾？

實力練功坊

基礎

1. 計算 $3\frac{5}{8} - \frac{11}{8} = ?$

2. 下列何者為最簡分數？(A) $\frac{3}{45}$ (B) $-\frac{7}{47}$ (C) $-\frac{9}{36}$ (D) $\frac{8}{48}$

3. 下列哪一個分數與 $-\frac{48}{36}$ 是等值分數？(A) $\frac{36}{24}$ (B) $-\frac{18}{12}$ (C) $-1\frac{1}{3}$ (D) $\frac{48}{36}$

4. 已知 $a = -\frac{2}{3}$, $b = -\frac{14}{21}$, $c = -\frac{10}{15}$ ，試比較 a, b, c 的大小關係？
 (A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $c > a > b$ (D) $a = b = c$
5. 已知甲 $= -2\frac{3}{8}$ 、乙 $= -2 + \frac{3}{8}$ 、丙 $= -1.375$ ，請問下列哪一個選項是正確的？
 (A) 甲 = 乙 (B) 乙 = 丙 (C) 甲 < 乙 < 丙 (D) 甲 < 丙 < 乙
6. 下列各選項中的分數運算，何者不是擴分？(A) $\frac{3}{4} = \frac{3 \times (-2)}{4 \times (-2)}$ (B) $-\frac{3}{8} = \frac{(-3) \times 5}{8 \times 5}$
 (C) $\frac{4}{7} = \frac{4 \times 3}{7 \times 3}$ (D) $\frac{7}{9} = \frac{7 \times 7}{9 \times 9}$
7. 下列各選項中，哪一個等式不成立？(A) $\frac{3}{4} - (\frac{2}{3} - \frac{4}{5}) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ (B) $\frac{2}{3} + (\frac{3}{8} + \frac{4}{5}) = (\frac{2}{3} + \frac{3}{8}) + \frac{4}{5}$
 (C) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - (\frac{3}{5} + \frac{1}{2})$ (D) $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{10} - \frac{2}{13} = \frac{1}{6} - \frac{2}{13} + \frac{3}{10} + \frac{1}{9}$
8. 比較 $\frac{11}{9}, \frac{13}{11}, \frac{15}{13}$ 的大小關係為 _____ < _____ < _____
9. 下列各分數在數線上的位置，哪一個最接近 -1 ？(A) $-\frac{10}{11}$ (B) $-\frac{11}{12}$ (C) $-\frac{12}{13}$ (D) $-\frac{13}{14}$
10. 下列各分數在數線上的位置，哪一個最接近 2 ？(A) $1\frac{1}{97}$ (B) $1\frac{1}{98}$ (C) $1\frac{1}{99}$ (D) $1\frac{1}{100}$
11. 計算 $\left| -1 - (-\frac{5}{3}) \right| - \left| -\frac{11}{6} - \frac{7}{6} \right|$ 之值為何？(A) $-\frac{7}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{11}{3}$
12. 計算 $\frac{5}{12} - \frac{2}{9} + \frac{1}{8}$
13. 將分數 $\frac{12}{15}$ 的分母加上 5 後，分子要加上多少，其值才會相等？(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
14. 計算 $(-4\frac{3}{8}) - (-2\frac{3}{4})$
15. 計算 $\left| -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right| + \left| -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right|$ 之值為何？(A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1
16. 若 $(-\frac{1}{3}) - (-\frac{7}{6}) = (-\frac{1}{3}) + x = -(\frac{1}{3} + y) = z$ ，則 x, y, z 的大小關係為何？
 (A) $x = y > z$ (B) $z > x > y$ (C) $x > y > z$ (D) $x > z > y$
17. 甲、乙、丙三人競走，甲每 50 分鐘走 4 公里，乙每小時走 5 公里，丙每 40 分鐘走 3 公里，請問誰走比較快？(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 一樣快
18. 若 $-\frac{28}{42} = \frac{x}{21} = -\frac{4}{y} = \frac{z}{3}$ ，求 $x + y + z = ?$
19. 若 $\frac{42}{56} = \frac{a}{8} = \frac{3}{b} = \frac{c}{28}$ ，求 a, b, c 各是多少？
20. 計算 $(-\frac{11}{25}) + (\frac{23}{85} - \frac{14}{25})$
21. 比較 $-\frac{8}{7}, -\frac{9}{8}, -\frac{10}{9}$ 的大小關係為 _____ < _____ < _____
22. 計算 $(-12\frac{3}{5}) + 45\frac{2}{3} + (-31\frac{2}{5})$

23. 比較 $\frac{29}{30}, \frac{30}{31}, \frac{31}{32}$ 的大小關係為 _____ < _____ < _____

24. 比較 $-\frac{19}{11}, -\frac{21}{12}, -\frac{23}{13}$ 的大小關係為 _____ < _____ < _____

25. 計算 $(-\frac{4}{9}) - \frac{2}{3} + (-\frac{2}{5})$

26. 數線上一點 $P(-25\frac{3}{4})$:

(1) 向左移動 $4\frac{2}{5}$ 單位到 $Q(x)$ 點，則 $x = ?$

(2) 若再由 Q 點右移 $38\frac{3}{4}$ 單位到達 $R(y)$ 點，則 $y = ?$

27. 一數線以右方為正向。在此數線上， A 點所表示的數為 $2\frac{1}{4}$ ，從 A 點先向右移動 $3\frac{1}{3}$ 單位，再向左移動 $6\frac{1}{5}$ 單位到達 B 點，則 B 點所表示的數介於哪兩個整數之間？

28. 棒球打擊率 = $\frac{\text{安打數}}{\text{打擊次數}}$ ，今有甲、乙、丙、丁四位選手，其打擊次數分別為 **25, 20, 29, 31** 次，安打數分別為 **16, 11, 20, 22** 次，試由高到低排出打擊率順序？